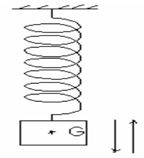
بسم الله الرحمان الرحيم

سلسلة تمارين حول التذبذبات الميكانيكية

1) تمرين رقم 1: النواس المرن الرأسي :

نعتبر نواسا مرنا رأسيا مكونا من نابض صلابته $K = 20N/m$ وجسم صلب كتلته S $m = 200g$.

نزيح الجسم S رأسيا عن موضع توازنه ب $3cm$ ثم نحرره بدن سرعة بدئية.



نعتبر معلما $(o,\vec{i})$ رأسيا موجها نحو الأسفل أصله 0 منطبق مع مركز قصور الجسم S عند التوازن G_O.

عند اللحظة $t = 0$ يمر الجسم من موضع توازنه المستقر G_O في المنحى الموجب.

1) أوجد إطالة النابض $\Delta\ell_o$ عند التوازن .

2) أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

3) أوجد المعادلة الزمنية للحركة .

4) احسب الدور الخاص والنبض الخاص لحركة المتذبذب. (نعطي : $g = 10N/Kg$).

الإجابة:

1) المجموعة المدروسة { الجسم S }

جرد القوى : الجسم عند التوازن يخضع للقوى التالية: • $\vec{P}$: وزن الجسم .

$\vec{T}_O$: القوة المقرونة بتوتر الخيط عند التوازن.شدتها $T_O = K\Delta\ell_O$

من خلال شرط الوازن لدينا $T_O = P = m.g$ أي: $mg - K\Delta\ell_O = 0$ هذه العلاقة تعبر عن شرط التوازن.

ومنه إطالة النابض عند التوازن هي: $\Delta l_o = \dfrac{m.g}{K} = \dfrac{0{,}2Kg.10N/Kg}{20N/m} = 0{,}1m = 10cm$

2) تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

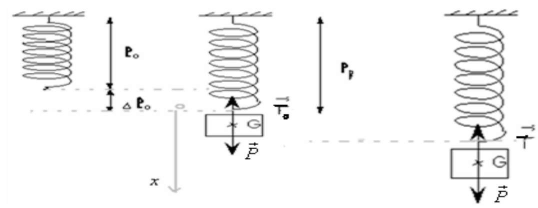
خلال حركته يخضع الجسم S للقوى التالية: • $\vec{P}$: وزن الجسم

• $\vec{T}$: القوة المقرونة بتوتر الخيط خلال التذبذب. $\vec{T} = -K(\Delta\ell_0 + x)\vec{i}$

العلاقة : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$ تكتب كما يلي : $\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$

$$\text{(2)}\quad \vec{P} - K(\Delta\ell + x)\vec{i} = m.\vec{a}_G$$

نعتبر معلما $(o,\vec{i})$ موجها نحو الأسفل أصله o. منطبق مع الطرف السفلي للنابض عند التوازن (انظر الشكل)



بإسقاط العلاقة (2) على المحور (o,x) نحصل على :

$$+P - K(\Delta l_o + x) = m.a_x$$

$$mg - K\Delta l_o - Kx = m.\ddot{x}$$

وبما أنه من خلال شرط التوازن $mg - K\Delta\ell_O = 0$ فإن العلاقة السابقة تصبح:

$-Kx = m.\ddot{x}$ أي: $\ddot{x} + \dfrac{K}{m}x = 0$ المعادلة التفاضلية لحركة النواس المرن الراسي.

3) حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب كما يلي : $x(t) = x_m\cos(\omega_o t + \varphi)$

من خلال المعطيات لدينا : $x_m = 3cm$

ومن خلال الشروط البدئية لدينا عند $t = o$ ، $x = o$ إذن : $o = x_m\cos\varphi \Leftarrow \cos\varphi = 0 \Leftarrow \varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$ وبما انه عند

اللحظة $t = o$ يمر الجسم من موضع توازنه في المنحى الموجب $\Leftarrow v > o$ عند اللحظة $t = 0$.

وبما أن : $x(t) = x_m\cos(\omega_o t + \varphi)$ فإن : $v = \dot{x} = -x_m\omega_o\sin(\omega_o.t + \varphi)$

وعند $t=0$ ، $v=-x_m\omega_o\sin\varphi>0$ $\Leftarrow$ $\sin\varphi<0$ $\Leftarrow$ $\varphi<0$ إذن : $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$

وبالتالي: $x(t)=3.10^{-2}\cos(\omega_o.t-\dfrac{\pi}{2})$

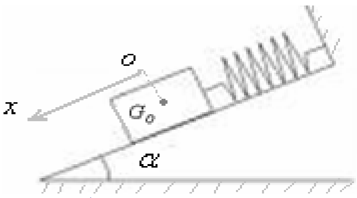
4) النبض الخاص : $\omega_o=\sqrt{\dfrac{K}{m}}=\sqrt{\dfrac{20}{0,2}}=\sqrt{100}=10rad/s$

الدور الخاص: $T_O=\dfrac{2\pi}{\omega_o}=\dfrac{2\pi}{10}0,628s=628ms$

---

2) تمرين رقم 2: النواس المرن المائل.

جسم صلب كتلته $m=100g$ بإمكانه أن ينزلق بدون احتكاك فوق نضد هوائي ، مائل بزاوية $\alpha=10°$ بالنسبة للمستوى الأفقي.
هذا الجسم مرتبط بنابض كما يبينه الشكل التالي:



علما أن إطالة النابض عند التوازن $\Delta\ell_o=8cm$ ، وشدة الثقالة $g=9,8N/kg$.

1)أوجد إطالة النابض.

2) نزيح الجسم الصلب عن موضع توازنه المستقر نحو الأسفل ب: $3cm$ ثم نحرره بدون سرعة بدئية .

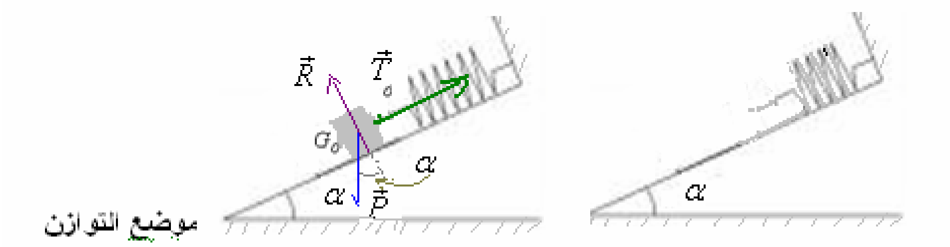
1-2)أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

2-2: علما أن مركز قصور الجسم يمر، عند اللحظة $t=0$ من النقطة ذات الأفصول $x=+1,5cm$ في المنحى الموجب .
أوجد المعادلة الزمنية للحركة التذبذبية .

2-3) احسب الدور الخاص للحركة التذبذبية.

الإجابة:

1)دراسة التوازن:



عند التوازن ، يخضع الجسم الصلب للقوى التالية :

$\vec{P}$: وزنه .

$\vec{R}$: القوة المطبقة من طرف سطح التماس ، وهي عمودية على السطح ، لأن التماس يتم بدون احتكاك.

$\vec{T}_O$: القوة المقرونة بتوتر النابض عند التوازن ، شدتها: $T_O=k.\Delta\ell_o$.

لدينا عند التوازن : $\vec{P}+\vec{T}_O+\vec{R}=\vec{0}$

بالإسقاط على المحور ox :

$\Leftarrow +P\sin\alpha-T_O+0=0$ $\quad$ $m.g.\sin\alpha-k.\Delta\ell_o=0$ وهو شرط التوازن .

ومنه : $k=\dfrac{m.g.\sin\alpha}{\Delta\ell_o}=\dfrac{0,1kg\times 9,8N.kg^{-1}\times\sin 10}{8\times10^{-2}m}\approx 2,13N/m$

---

2)

2-1) خلال الحركة التذبذبية يخضع الجسم الصلب للقوى التالية:

$\vec{P}$: وزنه .

$\vec{R}$: القوة المطبقة من طرف سطح التماس ، وهي عمودية على السطح ، لأن التماس يتم بدون احتكاك.

$\vec{T}$: القوة المقرونة بتوتر النابض عند التوازن ، شدتها: $\vec{T}=-k(x+.\Delta\ell_o)\vec{i}$.

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$$

بإسقاط العلاقة السابقة على المحور ox.

$$+P\sin\alpha+0-k(x+\Delta\ell_0)=m.a_x$$

أي: $\quad mg.\sin\alpha-k.x-k\Delta\ell_o=m.\ddot{x} \quad$ **(2)**

ومن خلال شرط الوازن لدينا : $m.g.\sin\alpha-k.\Delta\ell_o=0$ إذن العلاقة **(2)** تصبح : $-k.x=m.\ddot{x}$ $\Leftarrow$

$m.\ddot{x}+k.x=0$ أي: $\boxed{\ddot{x}+\frac{k}{m}.x=0}$

2-2) المعادلة الزمنية للحركة :

حل المعادلة التفاضلية $\ddot{x}+\frac{k}{m}.x=0$ هي عبارة عن دالة جيبية على الشكل : $x=x_m.\cos(\omega_o.t+\varphi)$

مع : $x_m=3cm=3\times10^{-2}m$

النبض الخاص : $\omega_o=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{2,13}{0,1}}=4,61rad/s$

إذن الحل يصبح : $x=3\times10^{-2}.\cos(4,61.t+\varphi)$

تحديد الطور φ عند أصل التواريخ : من خلال الشروط البدئية لدينا : عند اللحظة $t=0$ ، $x=+1,5cm=1,5\times10^{-2}m$.

بالتعويض في الحل السابق : $x=x_m.\cos(\omega_o.t+\varphi)$ نحصل على : $1,5\times10^{-2}=3\times10^{-2}.\cos(\varphi)$

ومنه : $\cos\varphi=0,5$ $\Leftarrow$ $\varphi=\cos^{-1}(0,5)=\pm\frac{\pi}{3}$

وبما أن الجسم يمر من هذه النقطة عند أصل التواريخ في المنحى الموجب ، فإن $v>0$.(عند $t=0$).

لدينا : $x=x_m.\cos(\omega_o.t+\varphi)$

إذن : $v=\dot{x}=-x_m.\omega_o.\sin(\omega_o.t+\varphi)$

وعند $t=o$ ، $v=\dot{x}=-x_m.\omega_o.\sin\varphi>0$ $\Leftarrow$ $\sin\varphi<0$ $\Leftarrow$ $\varphi<0$

إذن : $\varphi=-\frac{\pi}{3}$ وبالتالي المعادلة الزمنية للحركة هي : $\boxed{x=3\times10^{-2}.\cos(4,61.t-\frac{\pi}{3})}$

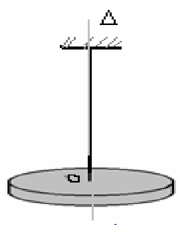
3-2) الدور الخاص :

$$T_O=\frac{2.\pi}{\omega_o}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=1,36s$$

---

3) تمرين رقم3: نواس اللي .

قرص متجانس شعاعه $r=10cm$ ، كتلته $m=200g$ ، مثبت من مركزه O بواسطة سلك رأسي قابل للي ، كما يبينه الشكل التالي:



عندما نزيح القرص عن موضع توازنه بحيث يصبح السلك ملتويا ثم نحرره ، تصبح له حركة دورانية تذبذبية حول المحور Δ. مدة 15 ذبذبة تساوي : $17,2s$. عزم قصور القرص بالنسبة للمحور Δ هو : $J_\Delta=\frac{1}{2}m.r^2$.

1) أثبت المعادلة التفاضلية للحركة، ثم أوجد ثابتة اللي C للسلك المستعمل .

2) القرص في موضع توازنه . نديره باليد ، بحيث ينجز نصف دورة في المنحى المباشر(الذي نعتبره المنحى الموجب)حول المحور Δ ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t=0$.

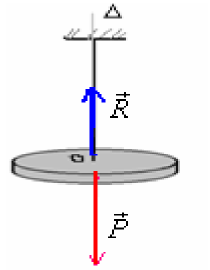
3) أوجد المعادلة الزمنية للحركة .

4) اعط تعبير الطاقة الميكانيكية لهذا المتذبذب الميكانيكي، ثم احسب قيمتها في لحظة تحريره بعد إدارته بنصف دورة كما هو مبين في السابق. باعتبار كحالة مرجعية $Ep = 0$ عند الموضع $\theta = 0$ السؤال .

الإجابة:

1) القرص خلال الحركة يخضع للقوى التالية:

- $\vec{P}$: وزنه.
- $\vec{R}$: تأثير السلك .
- قوى اللي ذات العزم : $M_t = -C.\theta$



تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك عل القرص: $\Sigma M_\Delta \vec{F} = J_\Delta.\ddot{\theta}$ لان القرص في حالة دوران.

أي: $M_\Delta \vec{P} + M_\Delta \vec{R} + M_t = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$M_\Delta \vec{P} = 0$ و $M_\Delta \vec{T} = 0$ لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع محور الدوران.

إذن : $0 + 0 - C.\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

أي: $J_\Delta.\ddot{\theta} + C\theta = 0$ ومنه : $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$ المعادلة التفاضلية للحركة التذبذبية لنواس اللي.

نبضها الخاص: $\omega_o = \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$ ب: rad/s و دوره الخاص $(1)\ T_O = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$

$$\Leftarrow \quad C = \frac{4.\pi^2.J_\Delta}{T_O{}^2}$$

ولدينا : $15.T_O = 17,2s \quad \Leftarrow \quad T_O = \frac{17,2}{15}$

ومنه : $C = \frac{4.\pi^2.\frac{1}{2}m.r^2}{\left(\frac{17,2}{15}\right)^2} = \frac{2\pi^2 \times 0,2 \times 0,1^2 \times 15^2}{17,2^2} = 0,03N.m/rad$

---

2) حل هذه المعادلةالتفاضلية $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$ دالة جيبية تكتب كما يلي : $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

نصف دورة يوافق زاوية : $\theta_m = \pi.rad$

النبض الخاص: $\omega_0 = \frac{2.\pi}{T_O} = \frac{2.\pi}{17,2} \times 15 = 5,48rad/s$

أو: $\omega_o = \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}} = \sqrt{\frac{C}{\frac{1}{2}.m.r^2}} = \sqrt{\frac{0,03}{0,5 \times 0,2 \times 0,1^2}} = 5,48rad/s$

الحل يصبح كما يلي : $\theta(t) = \pi\cos(5,48t + \varphi)$

تحديد الطور عند أصل التواريخ:

المنحى المباشر يوافق المنحى الموجب . عند اللحظة $t = o$ ، $\theta = +\pi$.

بالتعويض في الحل السابق : $\pi = \pi.\cos\varphi \Leftarrow \cos\varphi = 1 \Leftarrow \varphi = 0$

ومنه : $\theta_{(t)} = \pi\cos 5,48t$ وهي المعادلة الزمنية للحركة التذبذبية للقرص.

---

3) تعبير الطاقة الميكانيكية لهذا المتذبذب الميكانيكي : هي مجموع طاقته الحركية وطاقة وضعه للي.

$$E_m = E_c + E_{p_t} = \frac{1}{2} J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C.\theta^2$$

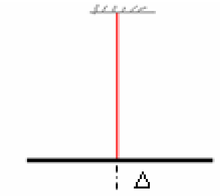
ومباشرة في لحظة تحرير القرص بعد إدارته بالزاوية $\theta = +\pi$

$$E_m = \frac{1}{2} \times 0{,}03 \times \pi^2 = 0{,}148J$$

---

4) تمرين رقم4: نواس اللي .

يمثل الشكل ألتالي سلكا فولاذيا رأسيا ، ثابتة ليه $C = 0{,}65 N.m/rad$ ، مثبتا من طرفه السفلي بمركز قصور قضيب متجانس عزم قصوره بالنسبة لمحور الدوران J_Δ .



نديرا لقضيب أفقيا بزاوية $\theta_m = +\frac{\pi}{4}$ ثم نحرره بدون سرعة بدئية. فتصبح له حركة تذبذبية . وفي غياب الاحتكاكات تبقى التذبذبات مصونة ، فينجز20 ذبذبة في ظرف 24 ثانية.

علما أنه عند اللحظة $t = o$ يمر من الموضع المعلم بالزاوية $\theta = +\frac{\pi}{8}$ في المنحى الموجب .

1)

1.1 أوجد المعادلة التفاضلية لحركة القضيب وبين أن حركته دورا نية جيبية .

2-1) احسب الدور الخاص T_O لهذا المتذبذب الميكانيكي.

1- 3)أوجد تعبير عزم القصور J_Δ للقضيب بدلالة T_O و C ثم احسب قيمته .

(4-1 -) أوجد المعادلة الزمنية للحركة .

2) باعتبار كحالة مرجعية: $E_{pt} = 0$ عند $\theta = 0$.

1-2)أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة المتذبذبة بدلالة J_Δ ، C ، θ و $\dot{\theta}$.

2-2) انطلاقا من تعبير الطاقة الميكانيكية ، بين أن هذه الأخيرة تبقى ثابتة ثم استنتج قيمتها.

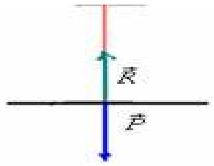
3-2) مثل مخططات الطاقة Ep_t و Ec و Em بدلالة θ .

الإجابة:

1) 1-1)

المجموعة المدروسة{القضيب}

جرد القوى: القضيب خلال الحركة يخضع للقوى التالية:



- $\vec{P}$: وزنه.
- $\vec{R}$: تأثير السلك .
- قوى اللي ذات العزم : $M_t = -C.\theta$

تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك عل القضيب: $\Sigma M_\Delta \vec{F} = J_\Delta.\ddot{\theta}$: لان القضيب في حالة دوران.

أي: $M_\Delta \vec{P} + M_\Delta \vec{R} + M_t = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$M_\Delta \vec{P} = 0$ و $M_\Delta \vec{T} = 0$ لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع محور الدوران.

إذن : $0 + 0 - C.\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

أي: $J_\Delta.\ddot{\theta} + C\theta = 0$ ومنه : $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$ المعادلة التفاضلية للحركة التذبذبية لنواس اللي.

حل هذه المعادلة دالة جيبية تكتب كما يلي : $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

نبضها الخاص: $\omega_o = \sqrt{\dfrac{C}{J_\Delta}}$ ب: rad/s ===> إذن حركة القضيب دورانية جيبية.

(2-1 الدور الخاص: T_O :

لدينا : $20T_O = 24s$ ===> $T_O = 1{,}2s$

(3-1 $T_O = \dfrac{2.\pi}{\omega_o} = 2.\pi\sqrt{\dfrac{J_\Delta}{C}}$ $\Leftarrow$ $T_O{}^2 = 4.\pi^2.\dfrac{J_\Delta}{C}$ $\Leftarrow$ $J_\Delta = \dfrac{T_O{}^2 \times C}{4.\pi^2}$

تطبيق عددي: $J_\Delta = \dfrac{(1{,}2)^2 \times 0{,}65}{4.\pi^2} = 23{,}7\times 10^{-3}\,kg.m^2$

(4-1 المعادلة الزمنية للحركة دالة جيبية تكتب كما يلي : $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

مع : $\theta_m = \dfrac{\pi}{4}$ ، $\omega_o \approx 5{,}24 rad/s$ ،.

عند اللحظة : $t = 0$ $\begin{cases}\theta = +\dfrac{\pi}{8} \\ \dot{\theta} > 0\end{cases}$ لدينا: $\Leftarrow$ $\begin{cases}\cos\varphi = 0{,}5 \\ \sin\varphi < 0\end{cases}$ $\Leftarrow$ $\begin{cases}\varphi = \pm\dfrac{\pi}{3} \\ \varphi < 0\end{cases}$ $\Leftarrow$ $\varphi = -\dfrac{\pi}{3}$

وبالتالي : $\theta(t) = \dfrac{\pi}{4}\cos\left(5{,}24.t - \dfrac{\pi}{3}\right)$

(2

(1-2

طاقة الوضع للي تعطيها العلاقة التالية : $E_{pt} = \dfrac{1}{2}.C.\theta^2 + C^{te}$

من خلال الحالة المرجعية $E_{pt} = 0$ عند $\theta = 0$ وبذلك تكون $C^{te} = 0$.

وبالتالي: $E_{pt} = \dfrac{1}{2}C.\theta^2$

الطاقة الميكانيكية:

$$E_m = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C.\theta^2$$

(2-2

بما أن الاحتكاكات مهملة ، ليس هناك تبدد للطاقة = الطاقة الميكانيكية للمجموعة تنحفظ. $E_M = C^{te}$

ولدينا : $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi)$ $\Leftarrow$ $\dot{\theta} = -\theta_m.\omega_o.\sin(\omega_o.t + \varphi)$

بالتعويض في التعبير : $E_m = \dfrac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \dfrac{1}{2}.C.\theta^2$ **نحصل على:**

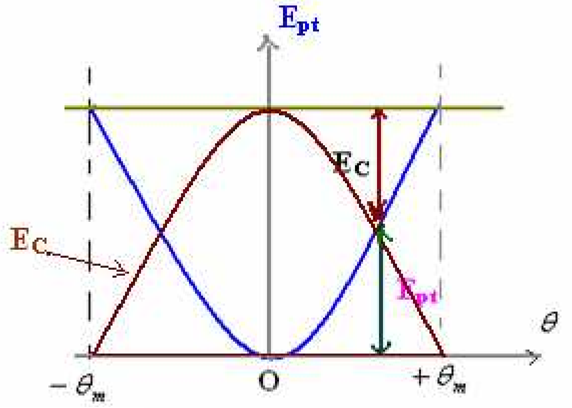
$E_m = \dfrac{1}{2}J_\Delta.\theta_m{}^2.\omega_o{}^2.\sin^2(\omega_o.t + \varphi) + \dfrac{1}{2}C.\theta_m{}^2.\cos^2(\omega_o.t + \varphi)$ **نعوض** $\omega_o{}^2 = \dfrac{C}{J_\Delta}$.

فحصل على : $E_m = \dfrac{1}{2}.C.\theta_m{}^2$ $\Leftarrow$ $E_m = C^{te}$

$\begin{cases}C = 0{,}65 N.m/rad \\ \theta_m = \dfrac{\pi}{4}\end{cases}$ $\Leftarrow$ $\boxed{E_m = 0{,}2J}$

(3-2

يمكن تمثيل $E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2$ هو عبارة عن منحنى شلجمي.



الطاقة الميكانيكية ثابتة في كل لحظة : $E_m = \frac{1}{2}.C.\theta_m{}^2$

ولدينا في كل لحظة $E_c = E_m - E_{p_t}$.

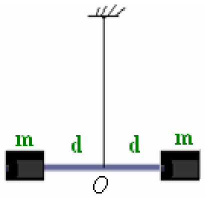
5) تمرين رقم5: نواس اللي .

يمثل الشكل ألتالي سلكا فولاذيا رأسيا ، ثابتة ليه C ، مثبتا من طرفه السفلي بمركز قصور قضيب متجانس عزم قصوره بالنسبة لمحور الدورا J_o .

نديرا لقضيب أفقيا بزاوية θ_m ثم نحرره بدون سرعة بدئية. فتصبح له حركة تذبذبية .

1)أوجد المعادلة التفاضلية للحركة ثم اعط تعبير نبضها الخاص بدلالة J_O و C.ثم اعط تعبير الدور الخاص T_O.

نتبث على القضيب سحمتين لهما نفس الكتلة $m = m_1 = m_2 = 0,35kg$ كل منهما توجد على نفس المسافة d من النقطة O .

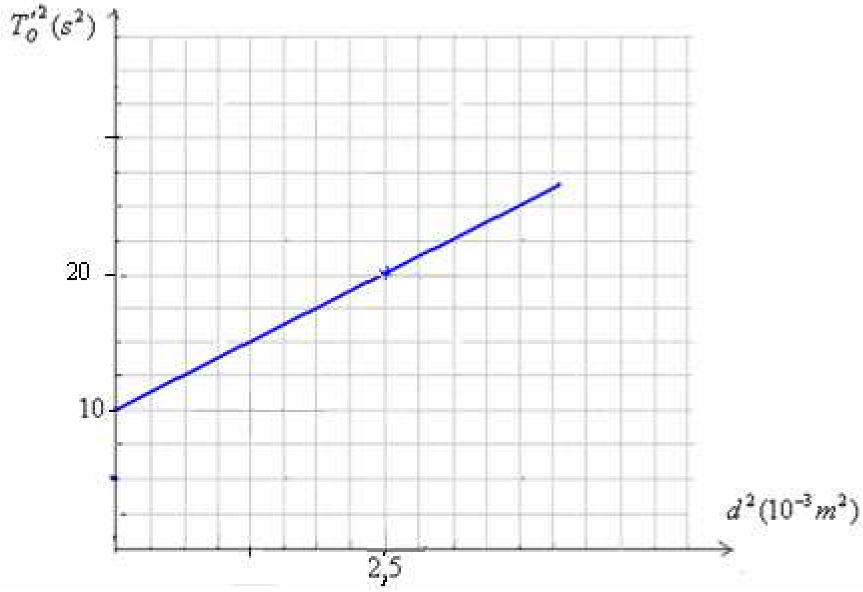


.

ندير القضيب أفقيا حول الحور Δ فيلتوي السلك بزاوية θ_m ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية .نذكر بأن عزم قصور المجموعة (قضيب + السحمتين) هو : $J_\Delta = J_O + 2.m.d^2$.

نقيس تغيرات الدورالخاص T_O للمجموعة بتغيير موضع السحمتين .

يمثل المنحنى التالي $T'_o{}^2 = f(d^2)$.



2) اعط تعبير الدور الخاص T'_0 بدلالة للمجموعة (قضيب + سحمتين) J_o ، m ، C و d .

3) أوجد قيمة C و J'_Δ .

(1 المعادلة التفاضلية : $J_o.\ddot{\theta}+C\theta=0$ والنبض الخاص : $\omega_o=\sqrt{\frac{C}{J_O}}$ والدور الخاص: $T_O=2.\pi\sqrt{\frac{J_O}{C}}$

(2 $$T'_O=2.\pi\sqrt{\frac{J_O+2.m.d^2}{C}}$$

(3 لدينا:

$$T'_o=2\pi\sqrt{\frac{J_o+2.m.d^2}{C}} \quad \Leftarrow \quad \textbf{(1)} \quad T'^{\,2}_o=\frac{4\pi^2.J_o}{C}+\frac{8.\pi^2.m}{C}\times d^2$$

نلاحظ أن المنحنى $T'^{\,2}_O=f(d^2)$ عبارة عن مستقيم لا يمر من الأصل معادلته تكتب كما يلي :

$$T'^{\,2}_O=a.d^2+b$$

بحيث تمثل التابثة a المعامل الموجه للمستقيم .

$$a=\frac{\Delta T'^{\,2}_O}{\Delta d^2}=\frac{10}{2{,}5.10^{-3}}=4\times10^3$$

عنما تكون $d=0$ $\Leftarrow$ $T'^{\,2}_O=b$ ونحصل مبيانيا على : $b=10$

إذن : (2) $T'^{\,2}_O=4\times10^3.d^2+10$ بمقارنة (2) مع (1) نستنتج أن : .

$\frac{8.\pi^2.m}{C}=4\times10^3$ ومنه: $C=\frac{8.\pi^2.m}{4\times10^3}=\frac{8.\pi^2.0{,}1}{4\times10^3}\approx2\times10^{-3}\,N.m/rad$

ولدينا : $\frac{4\pi^2.J_\Delta}{C}=10$ $\Leftarrow$ $J_O=\frac{10\times C}{4\pi^2}=\frac{10\times2\times10^{-3}}{4.\pi^2}=5\times10^{-4}\,kg.m^2$