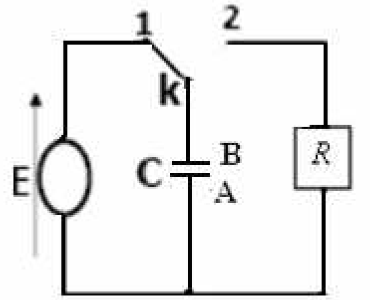
بسم الله الرحمان الرحيم:

سلسلة تمارين حول ثنائي القطب RC

التمرين الأول :

نعتبر الدارة التالية:



1) نضع قاطع لتيار الكهربائي في الموضع(1) عند اللحظة t=0

أ) ما الهدف من هذا التركيب ؟

ب) ما إشارة شحنة كل من اللبوسين A و B ؟

2) نورجع قاطع التيار إلى الموضع (2).

1-2 أ) ارسم الدارة الموافقة ممثلا التوترين مربطي كل ثنائي قطب .

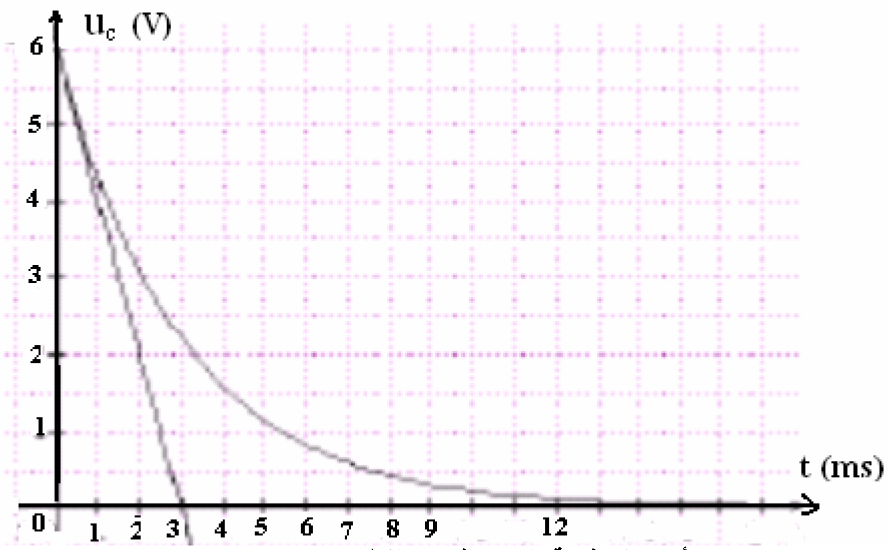
ب) بين أن : $u_R = RC\dfrac{du_c}{dt}$.

ج) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف.

د) علما أن حل المعادلة التفاضلية المحصل عليها يكتب كما يلي : $u_C = Ae^{-Kt} + B$

حدد كل من K. و B ، A ثم استنتج تعبير التوتر بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.

2-2 نعطي المنحنى الذي يمثل تغيرات التوتر بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.



أ) عرف ثابتة الزمن لثنائي القطب RC .

ب) حدد مبيانيا قيمة ثابتة الزمن.

د) علما أن مقاومة الموصل الأومي $R = 12K\Omega$ ، استنتج قيمة سعة المكثف المستعمل .

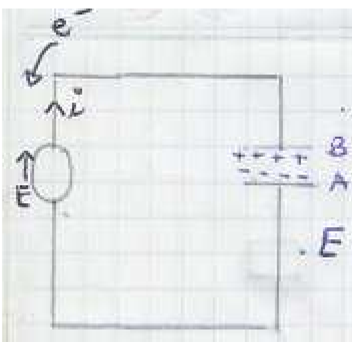
تصحيح:

-1 أ- الهدف من هذا التركيب : شحن المكثف.

ب- تحديد إشارة كل من اللبوسين.

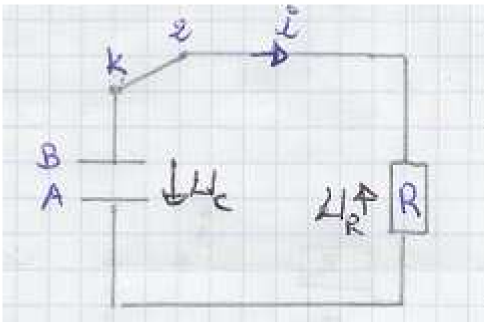
نعلم أن في اصطلاح المولد E و i لهما نفس المنحى.

عند وضع قاطع التيار في الموضع 1 ونظرا لوجود العازل ألاستقطابي بين لبوسي المكثف ، فإن المولد يجذب الإلكترونات من اللبوس B ويدفعها نحو اللبوس A.وبذلك يفقد اللبوس B الإلكترونات وتصبح شحنته موجبة بينما يكتسب اللبوس A الالكترونات وتصبح شحنته سالبة.



2) نورجع قاطع التيار إلى الموضع (2).

2-1- أ-



....

ب-

$$u_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R\frac{d(c\,u_c)}{dt} = R\,c\,\frac{du_c}{dt}$$

....

ج- بتطبيق قانون إضافية التوترات في الدارة السابقة ، لدينا :

$u_R + u_C = 0$ ولدينا : $u_R = Rc\frac{du_c}{dt}$

إذن : $Rc\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$

أي : $\tau\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ وهي المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف. مع : $\tau = Rc$

....

د- لنحدد كل من الثوابت A ، B و K علما أن حل المعادلة التفاضلية يكتب كما يلي : $u_c = A.e^{-k.t} + B$

إذن : $\frac{du_c}{dt} = -K.A e^{-K.t}$

المعادلة التفاضلية $\tau\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ تصبح كما يلي : $\tau(-K.A.e^{-K.t}) + A.e^{-K.t} + B = 0$

$Ae^{-K.t}(1-\tau.K) + B = 0$ $\Leftarrow$ $Ae^{-K.t}(1-\tau.K) = -B$ لكي تتحقق هذه العلاقة

يجب أن يكون معامل $e^{-K.t}$ منعدما : $1-\tau.K = 0$ وبذلك تصبح : $B = 0$ و : $K = \frac{1}{\tau}$.

وبالتالي الحل يصبح كما يلي : $u_c = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن المكثف يخضع لرتبة نازلة للتوتر فإنه : عند اللحظة $t = 0$ ، $u_c = E$.

نعوض في $u_c = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ التي تصبح عند $t = 0$: $E = A.e^0$ وبما أن : $e^0 = 1$ هذه النتيجة تكتب كما يلي : $E = A$

وبذلك نكون قد حددنا قيم الثوابت فنحصل على الحل : $u_c = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$

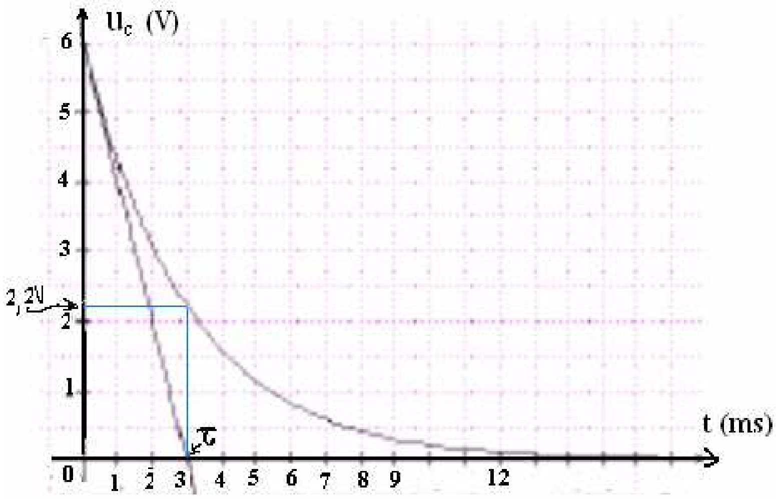
....

2-2-

ا- نسمي ثابتة الزمن لثنائي القطب RC والتي نرمز إليها ب : τ المقدار $\tau = RC$ ووحدتها في النظام العالمي للوحدات هي : الثانية (s).

....

ب- مبيانيا ثابتة الزمن τ توافق نقطة تقاطع المماس للمنحنى $u_c = f(t)$ مع محور الزمن . انظر الشكل.



نجد : $\tau = 3ms = 3.10^{-3}s$

د- الطريقة الأولى: $\tau = RC$ ومنه : $C = \frac{\tau}{R}$

مع : $\tau = 3.10^{-3}s$ و : $R = 12k\Omega = 12.10^{3}\Omega \Leftarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{3.10^{-3}}{12.10^{3}} = 0,25.10^{-6}F = 0,25\mu F$

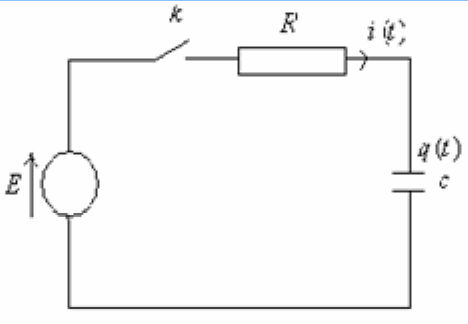
الطريقة الثانية:

عند اللحظة $t = \tau$ لدينا :

$$u_c = E.e^{-\frac{t}{\tau}} = Ee^{-1} = 0,37E = 0,37.(6V) = 2,2V$$

إذن التوتر $u_c = 2,2V$ يوافق مبيانيا اللحظة $t = \tau$ فنحصل من خلال المبيان على القيمة $\tau = 3ms$.انظر الشكل السابق.

التمرين الثاني : تصحيح التمرين رقم 5 ص : 118 الكتاب المدرسي – المسار-



نركب في الدارة الكهربائية جانبه مكثفا غير مشحون ثم نغلق قاطع التيار k عند اللحظة $t = 0$

1- أوجد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن.

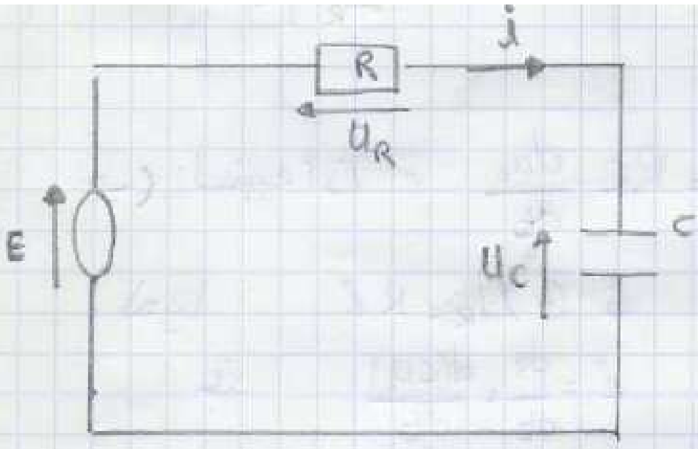
2- حل المعادلة التفاضلية يكتب كما يلي: $q(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

حيث : $\tau = RC$ ثابتة الزمن و: A و B ثابتتان.

أ) عندما تؤول $t \to +\infty$ ، يمكن اعتبار الدارة في النظام الدائم . ما شحنة المكثف $q(\infty)$ في هذه الحالة ؟ استنتج قيمة الثابتة B .

ب) باستعمال الشروط البدئية ، حدد قيمة الثابتة A ، واستنتج تعبير $q(t)$.

التصحيح :



لدينا حسب قانون إضافيات التوترات

① $u_R + u_C = E$

وحسب قانون أوم : $u_R = R.i$

مع : $i = \frac{dq}{dt}$

إذن : $u_R = Ri = R.\frac{dq}{dt}$

إذن العلاقة ① تصبح : $R.\frac{dq}{dt} + u_C = E$. ②

ونعلم أن $q = C.u_C$ إذن ، $u_C = \frac{q}{C}$

وبالتالي العلاقة ② تصبح :

$$\boxed{R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E}$$

وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف .

2 - أ -

- بما أن حل المعادلة التفاضلية هو :

$$\boxed{q = Ae^{-t/\tau} + B} \quad ①$$

$t \mapsto +\infty$ - الدارة في النظام الدائم أي $u_C = E$ ومع $q = u_C.C$ فإن $q = E.C$

- لدينا بـ $t \mapsto +\infty \Leftarrow$: $e^{-\infty} \mapsto 0$

- وبالتعويض في ① $t \mapsto +\infty \Leftarrow q = C.E$

$$CE = Ae^{-\infty} + B$$

$$CE = 0 + B \Rightarrow B = CE$$

- ب - من خلال الشروط البدئية :

إذن العلاقة ① تصبح $\Leftarrow$ $\boxed{q = Ae^{-t/\tau} + CE}$ ②

وبما أن المكثف خضع لرتبة صاعدة للتوتر.

لدينا : $t = 0 \Leftarrow u_C = 0 \Leftarrow q = C.u_C = 0$

و بالتعويض في ②

$$0 = Ae^{0} + CE$$

$$0 = A + CE$$

$$\Rightarrow \quad A = -CE.$$

و بالتالي حل المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف تكتب كما يلي :

$$q = -CE\,e^{-t/\tau} + CE.$$

$$\boxed{q = CE\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

والله ولي التوفيق.

Abdelkrim SBIRO
(Pour toutes observations contactez mon émail)
mail :sbiabdou@yahoo.fr
msn :sbiabdou@hotmail.fr