

تمارين إضافية في الميكانيك

التمرين الاول

1 - خلال مناورة حربية تتحرك طائرة حربية على خط مستقيم في مستوى رأسي Oxy على ارتفاع $H = 7840m$ من سطح الأرض بسرعة ثابتة $V_0 = 450km/h$.

عند اللحظة $t_1 = 0$ ، ومن نقطة A التي توجد على نفس الخط

الرأسي المار من O ، تسقط قذيفة B كتلتها $m_B = 10kg$ لتفجير

هدف C يوجد على سطح الأرض ويبعد من النقطة O بالمسافة OC (أنظر الشكل)

1 - ما هي طبيعة حركة الطائرة ؟ وعبر عن قيمة السرعة V_0 ب m/s .

2 - ما هي المدة الزمنية التي ستستغرقها القذيفة من أجل إصابة الهدف C ؟

3 - ما هي المسافة التي قطعها الطائرة انطلاقاً من النقطة A استنتج قيمة المسافة OC .

2 - نفترض أن الطائرة تتحرك على ارتفاع $H_2 = 1960m$ من سطح

الأرض . ما هي السرعة التي يجب أن تتحرك بها عند سقوط القذيفة لكي تصيب هدفاً يوجد على محيط دائرة شعاعها $R = 200m$ من النقطة O ؟ هل هذه السرعة محتملة ؟

3 - نفترض أن سرعة الطائرة في هذه الحالة $V'_0 = 360km/h$ على أي ارتفاع H_3 من سطح

الأرض بإمكان الطائرة إسقاط القذيفة وهي في طيران انقضاضي (vol piqué) حيث تكون مع الخط الرأسي زاوية 9° لكي تصيب القذيفة هدفاً يوجد على

محيط دائرة شعاعها أصغر من $156m$ ؟

خلال هذه الدراسة نهمل تأثير الهواء ونأخذ

$g = 9,8m/s$. (بكالوريا فرنسية)



تصحیح التمرین الأول:

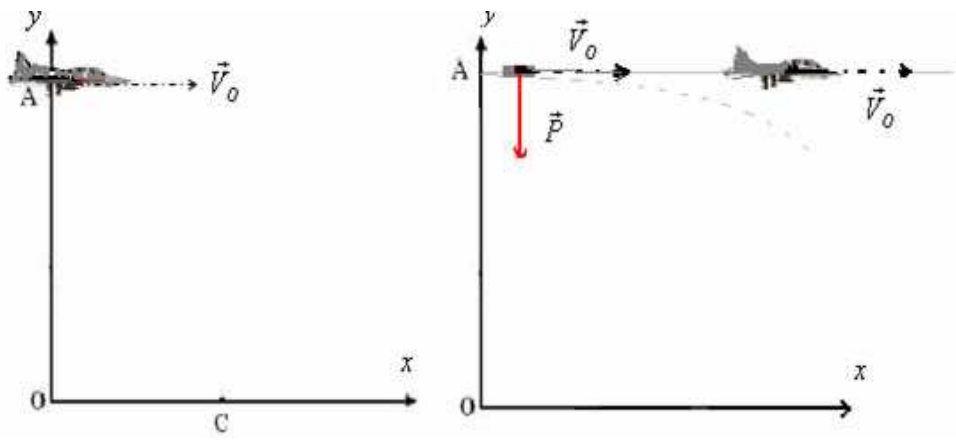
(1-1) الطائرة تتحرك بسرعة ثابتة وفق خط مستقيم إذن حركتها مستقيمة منتظمة.

$$V_0 = 450Km/h = \frac{450 \times 10^3 m}{3600s} = 125m/s$$

ملحوظة: القذيفة التي تحررها الطائرة تكون لها سرعة ، متجهتها لها نفس مميزات سرعة الطائرة في لحظة القذف.

(2-1) المجموعة المدروسة: {القذيفة}

جرد القوى وتمثيلها على الشكل: بما أن تأثير الهواء مهمل فإن القذيفة خلال حركتها تخضع لوزنها \vec{P} فقط.



ملحوظة: \vec{V}_0 ليست بقوة ، لذلك ثم تمثيلها بخطوط متقطعة حتى لا يعتبرها القارئ قوة.
السرعة البدئية لها مركبتين في المعلم (o, x, y)

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = +V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$ أي: **(1) $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$**

إسقاط العلاقة (1) على المحور ox: $0 = m \cdot a_x$ \leftarrow أي $a_x = 0$ وبالتالي $\frac{dv_x}{dt} = 0$ وبالتالي $v_x = c^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية يتضح أن الثابتة تساوي V_0 ومنه $v_x = V_0$
السرعة ثابتة ، إذن الحركة حسب المحور ox مستقيمة منتظمة معادلتها الزمنية: $x = V_0 \cdot t + x_0$ موضع القذيفة عند لحظة $t = 0$ هو $x_0 = 0$ وبالتالي:

إسقاط العلاقة (1) على المحور oy: $-P = m \cdot a_y$ \leftarrow أي $a_y = -g$ التسارع ثابت : إذن الحركة حسب المحور oy

متغيرة بانتظام مع $v_y = -g \cdot t + v_{oy}$ مع $v_{oy} = 0$ وبالتالي:

المعادلة الزمنية للحركة حسب oy عند اللحظة $t = 0$ الطائرة توجد في الارتفاع H . بالتعويض

في المعادلة السابقة: $H = 0 + c'$ أي: $c' = H$ وبالتالي: $y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + H$

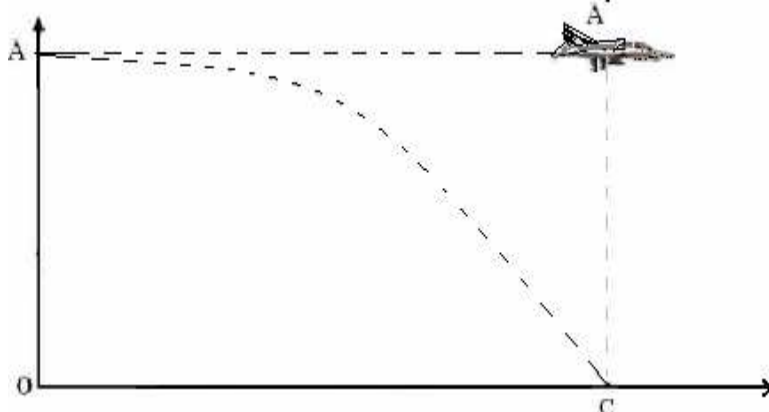
تطبيق عددي: المعادلتين الزمنتين للحركة في العلم ox

$$\begin{cases} x = 125 \cdot t \\ y = -4,9 \cdot t^2 + 7840 \end{cases}$$

عند إصابة الهدف C : $y_c = 0$ أي: $0 = -4,9 \cdot t_c^2 + 7840$ ومنه نحصل على المدة الزمنية التي تستغرقها القذيفة لإصابة الهدف C

$$t_c = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7840}{9,8}} = \sqrt{16 \cdot 10^2} = 40s$$

3-1 للحصول على المسافة التي قطعتها الطائرة في لحظة إصابة الهدف ، يكفي أن نعوض t في معادلة x بمدة سقوط القذيفة، لأن حركة الطائرة مستقيمة منتظمة بسرعة ثابتة معادلة حركتها . $x = 125 \cdot t$.



$$AA' = 125.t_c = 125.40 = 5000m = 5Km$$

ومنه نستنتج أن المسافة OC هي : $OC = AA' = 5Km$ أي انه في لحظة إصابة الهدف تكون الطائرة فوقه مباشرة.

(2) إذا كانت الطائرة تتحرك على ارتفاع $H_2 = 1960Km$ ، من أجل إصابة هدف يوجد على دائرة شعاعها $R = 200m$ من النقطة O .

يجب أن تتحقق العلاقة : $y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + H_2$ وعند إصابة الهدف : أي $y = 0$: $0 = -\frac{1}{2}.g.t_c^2 + H_2$

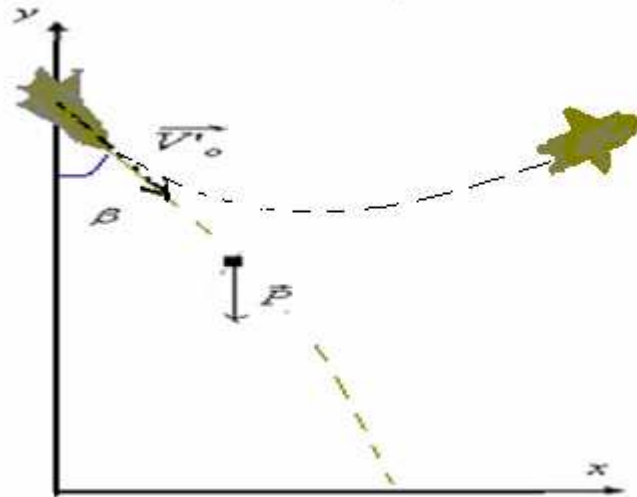
$$t'_c = \sqrt{\frac{2.H_2}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1960}{9,8}} = 20s$$

و لإصابة الهدف يجب أن تكون $x \leq R$ مع $x = V_o'.t'_c$ أي : $V_o'.t'_c \leq R$ $\Leftrightarrow V'_c \leq \frac{R}{t'_c}$ $\Leftrightarrow V'_c \leq 10m/s$
 وهذه السرعة غير محتملة ، لان الطائرة الحربية عادة تكون سرعتها فانقة.

$$(3) \text{ سرعة الطائرة: } V_o = 360Km/h = \frac{360.10^3 m}{3600s} = 100m/s$$

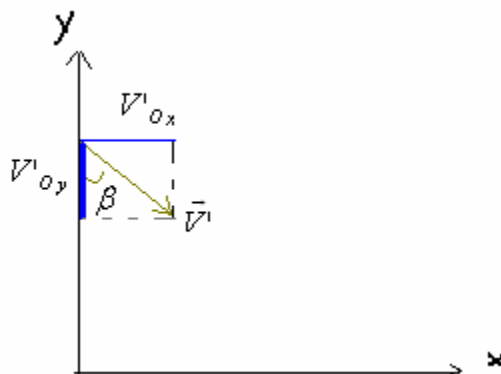
المجموعة المدروسة: {القذيفة}

جرد القوى وتمثيلها على الشكل: بما أن تأثير الهواء مهمل فإن القذيفة خلال حركتها تخضع لوزنها \vec{P} فقط.



السرعة البدئية لها مركبتين في المعلم (o, x, y)

$$\vec{V}'_o \begin{cases} V'_{ox} = +V'_o \cdot \sin \beta \\ V'_{oy} = -V'_o \cdot \cos \beta \end{cases}$$



تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$ أي : $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ (2)

إسقاط العلاقة (2) على المحور ox : $0 = m \cdot a_x$ $\Leftrightarrow a_x = 0$ أي $\frac{dv_x}{dt} = 0$ وبالتالي $v_x = c^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية يتضح أن الثابتة تساوي $V_o'.\sin \beta$ ومنه : $v_x = V_o'.\sin \beta$
 السرعة ثابتة ، إذن الحركة حسب المحور ox مستقيمة منتظمة معادلتها الزمنية : $x = V_o'(\sin \beta).t + x_o$ عند لحظة $t = 0$
 موضع الطائرة في لحظة تحرير القذيفة يوافق $x = 0$.
 نستنتج أن : $x_o = 0$ وبالتالي:

$$x = V_o'(\sin \beta) \times t$$

إسقاط العلاقة (2) على المحور oy : $-P = m.a_y$: التسارع ثابت : إذن الحركة حسب المحور

متغيرة بانتظام $v_y = -g.t + v_{oy}$ مع $v_{oy} = -V_o'.\cos \beta$ ومنه : $v_y = -g.t - V_o'.\cos \beta$ مع $v_y = \frac{dy}{dt} = -g.t - V_o'.\cos \beta$

المعادلة الزمنية حسب oy : $y = -\frac{1}{2}.g.t^2 - V_o'.(\cos \beta).t + c'$ وبما أنه عند اللحظة $t = 0$ الطائرة توجد في الارتفاع H_3 .

بالتعويض في المعادلة السابقة: $H_3 = 0 + 0 + c'$ أي: $c' = H_3$ وبالتالي: $y = -\frac{1}{2}.g.t^2 - V_o'.(\cos \beta).t + H_3$

معادلة المسار: من خلال المعادلتين :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = V_o'.(\sin \beta).t \\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 - V_o'.(\cos \beta).t + H_3 \end{array} \right. \text{ نحصل على معادلة المسار التالية: } y = -\frac{1}{2}.g \frac{x^2}{V_o'^2 \sin^2 \beta} - \cos \beta \frac{x}{\sin \beta} + H_3$$

عند إصابة الهدف C : $y_c = 0$ و $x_c = R = 156m$

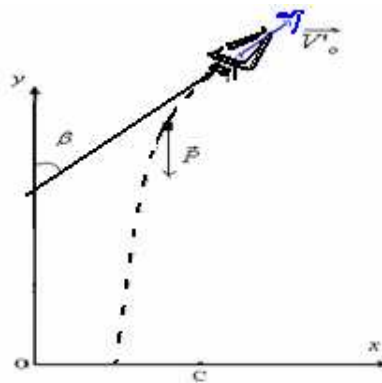
بالتعويض في معادلة المسار : $0 = -\frac{1}{2}.g \frac{R^2}{V_o'^2 \sin^2 \beta} - \frac{R}{\tan \beta} + H_3$

ومنه .

$$H_3 = \frac{1}{2}.g \frac{R^2}{V_o'^2 \sin^2 \beta} + \frac{R}{\tan \beta} = \frac{1}{2}.9,8 \cdot \frac{156^2}{100^2 \cdot (\sin 9)^2} + \frac{156}{\tan 9} = 5957m$$

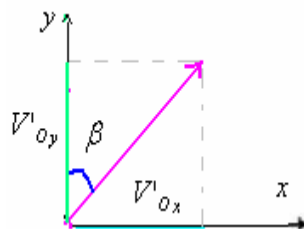
ملحوظة:

يمكن اعتبار هذه الحالة:



في هذه الحالة لسرعة البدئية لها مركبتين في المغم (o, x, y)

$$\vec{V}_o' \begin{cases} V_{ox}' = +V_o' \sin \beta \\ V_{oy}' = -V_o' \cos \beta \end{cases}$$



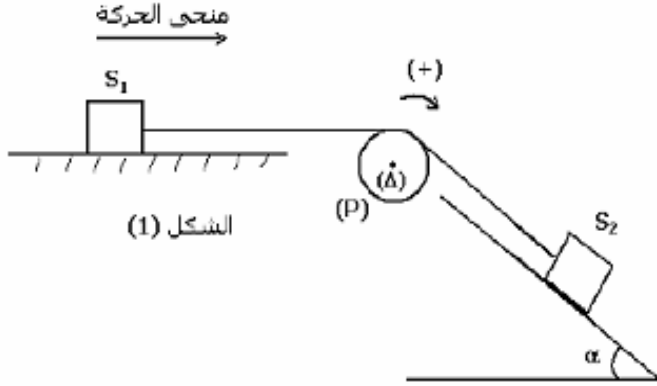
التمرين الثاني

نعطي $g = 9,81 m/s^2$

كل الأجسام الصلبة سواء كانت في حركة أو في سكون ، توجد دائما تحت تأثير الاحتكاكات (مقاومة الهواء ، مقاومة الماء ، التماس بين الجسمين ، الخ ...) . فزيائيا نفرن هذه التأثيرات بقوى الاحتكاك ، فهي دائما تقاوم حركة الجسم . عند تطبيق القانون الثاني لنيوتن أو العلاقة الأساسية للتجريك يمكن إهمال الاحتكاكات أو أخذها بعين الاعتبار.

نصنف قوى الاحتكاك إلى نوعين : الاحتكاكات الصلبة والاحتكاكات المائعة.

الاحتكاكات الصلبة لا تتعلق بشدة قوى الاحتكاك بالسرعة ، بينما في حالة الاحتكاكات المائعة تكون شدتها متناسبة اطرادا مع السرعة \vec{v} . لإبراز هذان الصنفان من الاحتكاكات تقوم بتجربتين.



الشكل (1)

I - حركة مجموعة ميكانيكية على مستوى مائل
نعتبر المجموعة الميكانيكية الممثلة في الشكل (1) والتي تتكون من :

- بكرة (P) متجانسة شعاعها r وكتلتها $m = 0,6 kg$ قابلة للدوران حول محورها (Δ) . نعطي عزم قصور

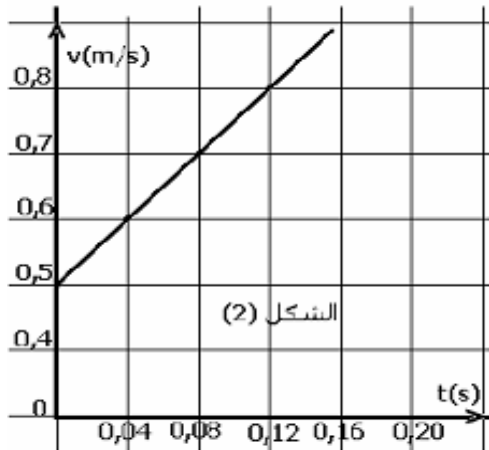
$$J_{\Delta} = \frac{1}{2} m r^2 : (\Delta)$$

جسم صلب (S_1) كتلته $m_1 = 0,5 kg$ يمكنه أن ينزلق باحتكاك فوق مستوى أفقي (π) .

- جسم صلب (S_2) كتلته $m_2 = 2 kg$ يمكنه أن ينزلق بدون احتكاك على مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي . الجسمان (S_1) و (S_2) مرتبطان بخيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة ، يمر دون انزلاق على مجرى البكرة (P) .

1 - دراسة الجسم (S_1)

يعطي المنحنى الممثل في الشكل (2) تغيرات السرعة v للجسم (S_1) بدلالة الزمن t .



الشكل (2)

1 - 1 اعتمادا على منحنى الشكل (2) ، حدد طبيعة حركة الجسم (S_1) واستنتج قيمة التسارع a_1 لحركته .

1 - 2 أكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ لحركة (S_1) .

علما أن الجسم S_1 انطلق عند أصل التواريخ من أصل معلم الأفاصل $x = 0$.

2 - دراسة المجموعة { (S_2) ، (S_1) ، P }

1 - 2 بين أن للجسمين S_1 و S_2 نفس التسارع $a_1 = a_2 = a$ واستنتج العلاقة بين التسارع الزاوي θ لحركة البكرة حول المحور (Δ) والتسارع a .

2 - 2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S_2) أوجد تعبير T_2 شدة القوة المقرونة بتأثير الخيط على (S_2) واحسب قيمتها .

2 - 3 بتطبيق العلاقة الأساسية للتجريك على البكرة (P) ، أوجد تعبير T_1 شدة القوة المقرونة بتأثير الخيط على (S_1) واحسب قيمتها .

2 - 4 استنتج شدة القوة \vec{R} المقرونة بتأثير المستوى (π) على الجسم (S_1) .

التصحيح:

(1-1) المنحنى الذي يمثل تغيرات حركة الجسم S_1 بدلالة الزمن ، عبارة عن دالة تآلفية معادلتها: $v = a_1.t + v_0$ إن سرعته غير ثابتة وبالتالي فإن حركته مستقيمة متغيرة بانتظام.

لنحدد تعبير معادلة سرعة S_1 : $v = a_1.t + v_0$

المعامل الموجه $2,5m.s^{-2}$: $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(0,8 - 0,5)m.s^{-1}}{(0,12 - 0)s}$ مع a_1 هو تسارع الجسم S_1 .

إذن: $v_0 = 0,5m.s^{-1}$: $v = 2,5.t + 0,5$

(2.1) $v = \frac{dx}{dt} = 2,5.t + 0,5$ إذن : $\frac{dx}{dt} = 2,5.t + 0,5$ ومنه فإن الدالة التي مشتقتها تساوي $2,5.t + 0,5$ هي: $x = 2,5.\frac{t^2}{2} + 0,5.t + C^{te}$

بما أن : عند اللحظة $t = 0$ ، $x = 0$ ، $C^{te} = 0$ وبالتالي: $x = 1,25t^2 + 0,5t$

(2) بما أن الخيط غير قابل للمد ولا ينزلق على البكرة فإنه عندما ينتقل الجسم S_1 بمسافة x ينتقل الجسم S_2 بالمسافة y ويدور الخيط الملفوف على البكرة بالأفصول المنحني s مع $x = y = s$: والأفصول المنحني $s = r.\theta$

إذن : $x = y = r.\theta$ بالاشتقاق مرتين $\Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2} = r.\frac{d^2\theta}{dt^2}$ أي:

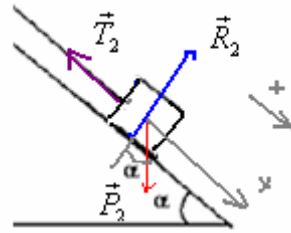
تسارع المجموعة: $a = a_1 = a_2$ إذن: $a = r.\ddot{\theta}$

(2-) حركة الجسم S_2 تتم بدون احتكاك وبالتالي فهو يخضع للقوى التالية:

\vec{P}_2 : وزنه .

\vec{R}_2 : القوة المطبقة من طرف سطح التماس. وهي عمودية على السطح لأن التماس يتم بدون احتكاك.

\vec{T}_2 : القوة المطبقة من طرف الخيط.



العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن تكتب كما يلي: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{R}_2 = m_2.\vec{a}$ لأن: $a = a_1 = a_2$

بالإسقاط على المحور ox الموجه في منحنى الحركة:

$$+ P_2.\sin \alpha - T_2 + 0 = m_2.a$$

ومنه : $T_2 = m_2 (g.\sin \alpha - a) = 2(9,81.\sin 30 - 2,5) = 4,81N$

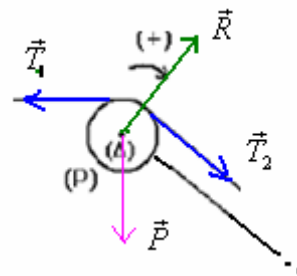
(3-2) بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة التي تخضع للقوى التالية:

\vec{P} : وزنها.

\vec{R} : تأثير محور الدوران .

\vec{T}_1 : تأثير الخيط المرتبط ب: S_1 .

\vec{T}_2 : تأثير الخيط المرتبط ب: S_2 .



لدينا: $M_{\Delta} \vec{P} + M_{\Delta} \vec{R} + M_{\Delta} \vec{T}_1 + M_{\Delta} \vec{T}_2 = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$

أي: $T_2 - T_1 = \frac{J_{\Delta}.\ddot{\theta}}{r} \Leftrightarrow 0 + 0 + T_2.r - T_1.r = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$

فإن :

$$\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$$

وبنا أن

$$T_1 = T_2 - \frac{J_{\Delta} \cdot a}{r^2} = T_2 - \frac{1}{2} m \cdot r^2 \cdot a}{r^2} = T_2 - \frac{1}{2} m \cdot a = 4,81 - 0,5 \times 0,6 \times 2,5 = 4,06 N \approx 4 N$$

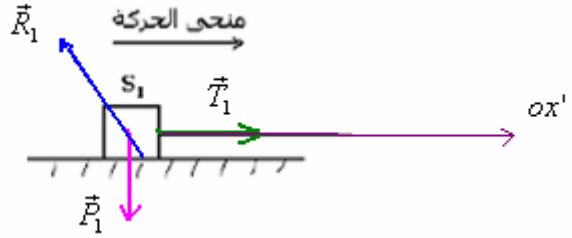
(4-2) دراسة المجموعة {S₁}

هذه المجموعة تخضع للقوى التالية:

\vec{P}_1 : وزنها.

\vec{R}_1 : القوة المطبقة من طرف سطح التماس. وهي مائلة في عكس منحنى الحركة لأن التماس يتم باحتكاك.

\vec{T}_1 : القوة المطبقة من طرف الخيط.



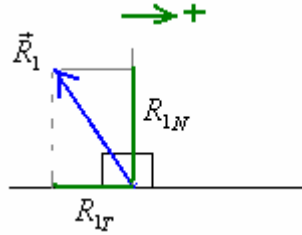
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم S₁.

$$\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \cdot \vec{a} \quad (2) \quad \text{لأن : } a = a_1 = a_2$$

بالإسقاط على المحور ox' الموجه في نفس منحنى الحركة:

القوة \vec{R}_1 لها مركبتين : مركبة مماسية R_{1t} (موجهة في عكس منحنى الحركة والتي نسميها عادة قوة الاحتكاك فنرمز إليها ب: f) و

مركبة منظمية : R_{1n} (عمودية على سطح التماس). انظر الشكل:



إذن إسقاط العلاقة (2) على المحور ox' يكتب :

$$\Leftrightarrow 0 - R_{1t} + T_1 = m_1 \cdot a \quad (3)$$

$$R_{1t} = T_1 - m_1 \cdot a = 4,06 - 0,5 \times 2,5 = 2,81 N \approx 2,8 N$$

وإسقاطها على المحور oy' المنطبق مع المنظمي والموجه نحو الأعلى يكتب كما يلي:

$$\Leftrightarrow -P_1 + R_{1n} + 0 = 0 \quad (\text{لأنه لا حركة للجسم حسب هذا المحور})$$

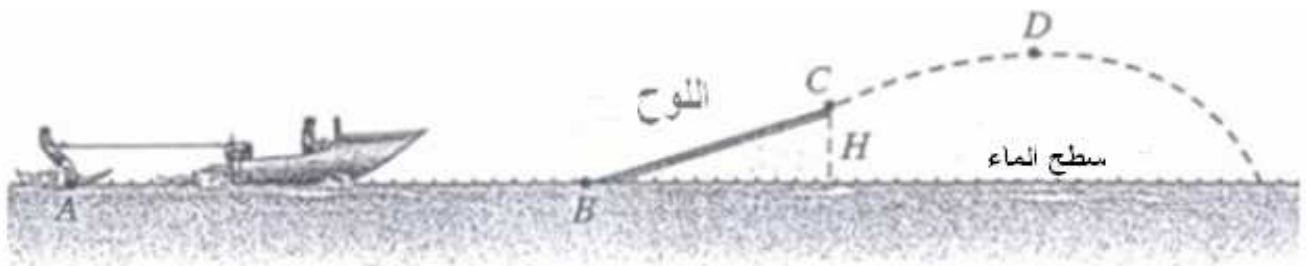
$$R_{1n} = m_1 \cdot g = 0,5 \times 9,81 \approx 4,9 N$$

ولدينا من خلال الشكل السابق (بتطبيق مبرهنة بيثاغورس):

$$R = \sqrt{R_{1n}^2 + R_{1t}^2} = \sqrt{4,9^2 + 2,8^2} \approx 5,7 N \quad \Leftrightarrow \quad R_1^2 = R_{1n}^2 + R_{1t}^2$$

التمرين الثالث

ندرس حركة متزلج فوق الماء خلال القفز بواسطة لوح مائل مرن BC (انظر الشكل).



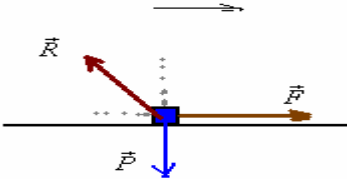
- المتزلج كتلته $m = 70\text{kg}$ ينطلق بدون سرعة بدنية من نقطة A مجرورا بزورق بواسطة حبل متوتر ومواز لسطح الماء ، و يطبق عليه قوة شدتها $F = 250\text{N}$.
- بعد قطع المسافة $AB = 200\text{m}$ يمتلك المتزلج سرعة قيمتها 72km/h في النقطة B .
- (1) احسب تغير الطاقة الحركية للمتزلج بين القطبتين A و B .
- (2) لتكن f قوة الاحتكاك المطبقة على المتزلج فوق سطح الماء بين A و B . بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية عليه بين A و B ، اوجد قيمة f .
- (3) يفصل المتزلج عن الحبل ويصعد فوق لوح مرن مائل طولها $BC = 10\text{m}$ وارتفاعه $H = 5\text{m}$ فوق سطح الماء . علما أن الاحتكاك فوق اللوح قوته ثابتة $f' = 500\text{N}$.
- 1-3: اجرد القوى المطبقة على المتزلج خلال الانتقال BC ثم احسب شغل كل منها .
- 2-3: بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية اوجد سرعة المتزلج عند القمة C للوح .
- (4) المتزلج يقفز و يفصل عن اللوح انطلاقا من النقطة C ، (بإهمال تأثير الهواء) . سرعة المتزلج عند القمة للمسار D هي $v = 9\text{m/s}$. نعتبر أن طاقة الوضع الثقالية عند سطح الماء منعدمة (نعطي تعبير طاقة الوضع الثقالية: $Ep_p = m.g.z + C$) .
- 1-4) احسب الطاقة الميكانيكية للمتزلج في بداية القفز . هل هذه الطاقة تحفظ خلال القفز ؟ لماذا .
- 2-4) ما هي قيمة الارتفاع بالنسبة لسطح الماء ، عند النقطة D قمة المسار ؟ .
- 3-4) ما هي سرعة المتزلج عند سقوطه على سطح الماء ؟ .
- نعطي: $g = 10\text{m/s}^2$

تصحیح التمرین الثالث

(1) تحويل السرعة: $v_B = 72\text{Km/h} = 72 \times 10^3\text{m} / 3600\text{s} = 20\text{m/s}$

تغير الطاقة الحركية: $\Delta Ec = Ec_B - Ec_A = \frac{1}{2} m.v_B^2 - 0 = \frac{1}{2} \times 70 \times 20^2 = 14 \times 10^3\text{J}$

(2) خلال الانتقال AB يخضع المتزلج لوزنه \vec{P} ولقوة الجر \vec{F} ولتأثير سطح الماء \vec{R} .

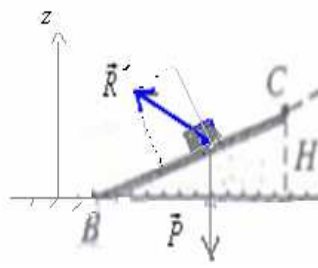


يمكن تفكيك القوة \vec{R} إلى مركبتين : \vec{R}_n مركبة منظمية و \vec{R}_t مركبة مماسية .
بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية لدينا :

$$\begin{aligned} \Delta Ec_{A \rightarrow B} &= W\vec{P} + W\vec{R} + W\vec{F} \\ &= 0 + W\vec{R}_n + W\vec{f} + F.AB \\ &= 0 + 0 - f.AB + F.AB \end{aligned}$$

$$f = \frac{F.AB - \Delta Ec}{AB} = \frac{250 \times 200 - 14 \times 10^3}{200} = 180\text{N} \quad \text{ومنه}$$

(3)



$$W\vec{P}_{B \rightarrow C} = m.g.(z_B - z_C) = mg(0 - H) = -mg.H = -70 \times 10 \times 5 = -3500J$$

$$W\vec{R}' = W\vec{R}'_n + W\vec{f}' = 0 - f'.BC = -f'.BC = -500 \times 10 = -5000J$$

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية لدينا:

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}.m.v_c^2 = W\vec{P} + W\vec{R}' \Leftrightarrow \Delta E_{c_{B \rightarrow C}} = W\vec{P} + W\vec{R}'$$

$$v_c = \sqrt{v_B^2 - \frac{2}{m}(W\vec{P} + W\vec{R}')} = \sqrt{20^2 - \frac{2}{70}(-3500 - 5000)} = \sqrt{157} = 12,54m/s$$

1-4) طاقة الوضع الثقالية: $E_{p_p} = m.g.z + C$ مع الثابتة $C = 0$ لكون $E_{p_p} = 0$ عند $z = 0$.

وبالتالي: $E_{p_p} = m.g.z$

الطاقة الميكانيكية للمتزلج في النقطة C هي:

$$E_{M_c} = E_{p_{p_c}} + E_{c_c} =$$

$$= m.g.z_c + \frac{1}{2}.m.v_c^2 = mgH + \frac{1}{2}.M.v_c^2 = 70 \times 10 \times 5 + \frac{1}{2}.70.157 = 8995J$$

خلال القفز لا يخضع المتزلج سوى لونه، إذن طاقته الميكانيكية تحفظ لأن الوزن قوة محافظة. (خلال اشتغاله تنحفظ الطاقة الميكانيكية).

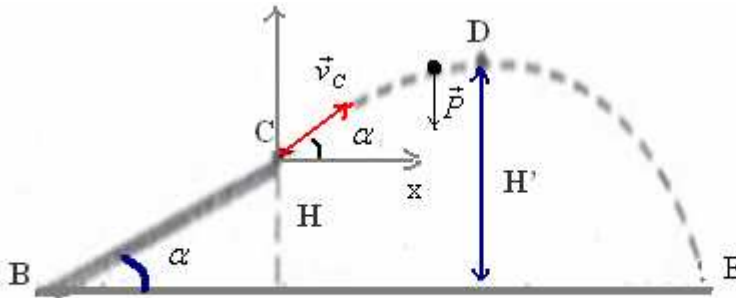
2- 4) الطاقة الميكانيكية للمتزلج في النقطة D: لدينا حسب قانون انحفاظ الطاقة: $E_{M_D} = E_{M_c} = 8995J$

$$E_{M_D} = E_{c_D} + E_{p_D}$$

$$8995 = \frac{1}{2} \times 70 \times 9^2 + m.g.H'$$

$$H' = \frac{8995 - 2835}{700} = 8,8m$$

(4-3) لدينا:



$$\sin \alpha = \frac{H}{AC} = \frac{5}{10} = 0,5$$

إذن: $\alpha = 30^\circ$ متجهة السرعة \vec{v}_c لها مركبتين $\left\{ \begin{array}{l} v_{cx} = v_c \cos \alpha \\ v_{cy} = v_c \sin \alpha \end{array} \right.$ عند اللحظة $t = 0$

بعد مغادرته اللوح يخضع المتزلج لتأثير وزنه فقط. إذن العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن تكتب كما يلي:

$$\vec{P} = m.\vec{a}_G \quad (1) \text{ التي تصبح حسب المحور } (cx) \quad \Leftrightarrow m.a_x = 0 \Leftrightarrow a_x = 0 \text{ إذن السرعة حسب } vx = C^{te} \text{ ومن خلال}$$

$$\frac{dx}{dt} = v_c \cos \alpha \text{ هي الحالة البدنية: } vx = v_c \cos \alpha \text{ ولدينا أي المعادلة التفاضلية للحركة حسب } (cx) \text{ هي: } vx = \frac{dx}{dt}$$

وباستعمال التكامل: $x = (v_c \cos \alpha).t$ لأن عند $t = 0, x = 0$.

وبإسقاط العلاقة (1) على المحور (c, y):

$$v_y = \frac{dy}{dt} : \text{مع}$$

$$v_y = -g.t + v_c \cdot \sin \alpha : \text{ومنه}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -g : \text{أي } a_y = -g \Leftarrow -P = m \cdot a_y$$

$$y = -\frac{1}{2} g.t^2 + (v_c \cdot \sin \alpha).t : \text{إذن}$$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_c \cdot \cos \alpha \\ v_y = -g.t + v_c \cdot \sin \alpha \end{cases} : \text{إذن السرعة } v \text{ للمتزلج خلال السقوط الحر لها مركبتين}$$

$$(2) v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_c \cdot \cos \alpha)^2 + (-g.t + v_c \cdot \sin \alpha)^2} : \text{منظمتها}$$

عند سقوط المتزلج على سطح الماء، تكون: $y = -H$

$$-5.t^2 + 6,27.t + 5 = 0 \Leftarrow -H = -\frac{1}{2} g.t^2 + (v_c \cdot \sin \alpha).t : \text{أي}$$

$$. t > 0 \text{ بالنعويض في (2) } t = \frac{-6,27 - 11,8}{-10} \approx 1,8s \Leftarrow \Delta = 39 + 100 = 139,3$$

بالتعويض في (2)

$$v = \sqrt{(v_c \cdot \cos \alpha)^2 + (-g.t + v_c \cdot \sin \alpha)^2} = \sqrt{(12,54 \cdot 0,866)^2 + (-10 \cdot 1,8 + 12,54 \cdot 0,5)^2} = \sqrt{117,9 + 137,6} \approx 16m/s$$

ملحوظة: يمكن الإجابة عن هذا السؤال بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين النقطتين D و E .

$$Ec_E - Ec_D = WP_{D \rightarrow E}$$

$$Ec_E - Ec_D = m \cdot g(z_D - z_E)$$

باعتبار محور الأناسيب أصله منطبق مع B وموجه نحو الأعلى .

$$Ec_E - Ec_D = m \cdot g \cdot H'$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_E^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2 + m \cdot gH'$$

$$v_E = \sqrt{v_D^2 + 2 \cdot gH'} = \sqrt{81 + 2 \cdot 10 \cdot 8,8} = 16m/s$$

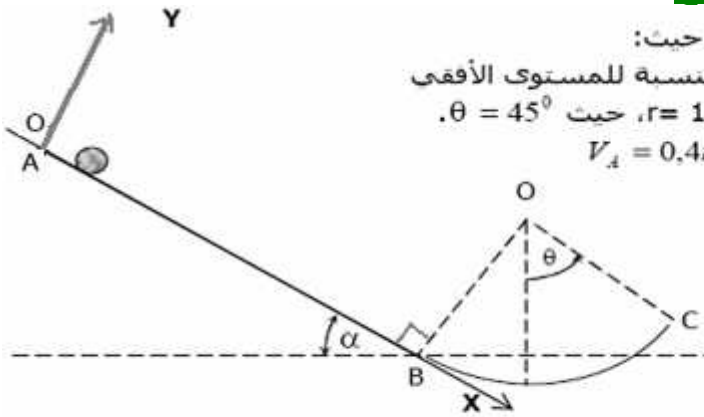
التمرين الرابع

تتحرك كرية كتلتها $m=800g$ على مسار ABC ، حيث:

- جزء مستقيم مائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقى

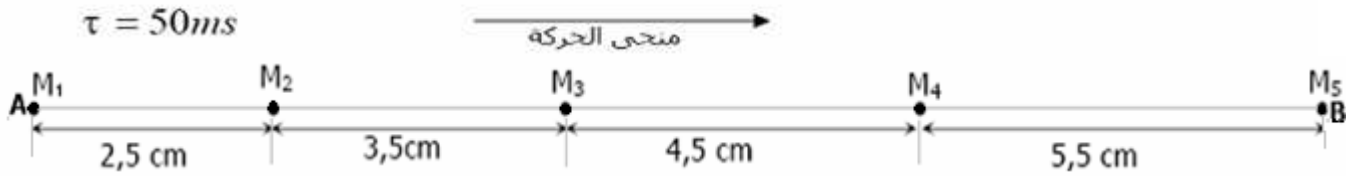
- جزء BC من دائرة مركزها O و شعاعها $r = 10 \text{ cm}$ ، حيث $\theta = 45^\circ$.

تطلق الكرية من النقطة A بسرعة بدئية $V_A = 0,4m \cdot s^{-1}$.



نسجل حركتها على الجزء AB، فنحصل على التسجيل الممثل في الشكل أسفله .

نعبر لحظة انطلاق الكرية من الموضع M_1 أصلا للتواريخ $t = 0 \text{ ms}$



- 1- احسب السرعة اللحظية للكرة في النقطتين M_2 و M_4 .
- 2- استنتج قيمة a_3 تسارع مركز قصور الكرة.
- 3- ما طبيعة حركة الكرة؟ علل جوابك.
- 4- أوجد المعادلة الزمنية لحركة الكرة.
- 5- بين أن الحركة تتم باحتكاك على الجزء AB.
- 6- احسب شدة قوى الاحتكاكات f التي نعتبرها ثابتة طول القطعة AB.
- 7- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المركبة المنظمية R_N للقوة التي يطبقها الجزء AB على الكرة.
- 8- استنتج قيمة شدة القوة \bar{R} و معامل الاحتكاك $k = \tan\phi$.
- 9- احسب، بطريقتين مختلفتين، سرعة الكرة عند النقطة B.
- 10- نهمل الاحتكاكات على الجزء BC.
- 1-10 أوجد سرعة الكرة عند النقطة C.
- 2-10 استنتج في أساس فريبنى التسارع المنظمي a_N لتسارع مركز قصور الكرة عند النقطة C.
- 3-10 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد:
 - شدة القوة التي يطبقها الجزء BC على الكرة.
 - التسارع المماسي a_T عند النقطة C.

نعطي : $g = 10 \text{ m.s}^{-1}$

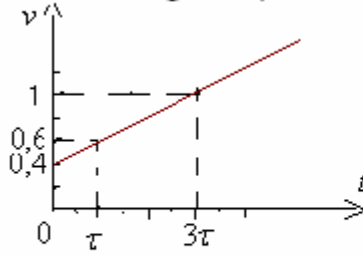
تصحيح التمرين الرابع

$$v_2 = \frac{M_1 M_3}{2\tau} = \frac{6 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{100 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 0,6 \text{ m/s} \quad (1)$$

$$v_4 = \frac{M_3 M_5}{2\tau} = \frac{10 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{100 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 1 \text{ m/s}$$

$$a_3 = \frac{v_4 - v_2}{2\tau} = \frac{(1 - 0,6) \text{ m.s}^{-1}}{100 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 4 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

3) حركة الكرة مستقيمة متغيرة بانتظام. لأن سرعتها منتظمة وبالتالي التسارع ثابت.



$v_1 = 0,4 \text{ m/s}$	$t = 0$
$v_2 = 0,6 \text{ m/s}$	$t = \tau$
$v_4 = 1 \text{ m/s}$	$t = 3\tau$

$$v = 4t + 0,4 \quad \Leftarrow \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1 - 0,4}{3\tau - 0} = \frac{0,6 \text{ m/s}}{3 \times 50 \times 10^{-3} \text{ s}} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v = 4t + 0,4 \quad \Leftarrow \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1 - 0,4}{3\tau - 0} = \frac{0,6 \text{ m/s}}{3 \times 50 \times 10^{-3} \text{ s}} = 4 \text{ m/s}^2$$

(4) لدينا : $v = \frac{dx}{dt}$ إذن : $\frac{dx}{dt} = 4t + 0,4$ ومنه فغن الدالة التي مشتقتها تساوي : $4t + 0,4$ هي : $x = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 + 0,4 \cdot t + C^{te}$

ومن خلال المعطيات لدينا $x = 0$ عند اللحظة $t = 0$ إذن الثابتة $C^{te} = 0$.

المعادلة الزمنية لحركة الكرة هي : $x = 2 \cdot t^2 + 0,4 \cdot t$

(5) تذكير:

إذا كانت الحركة تتم بدون احتكاك فإن القوة المقرونة بتأثير سطح التماس تكون عمودية على السطح وبالتالي يكون شغلها منعدماً. إذا كانت الحركة تتم باحتكاك فإن القوة المقرونة بتأثير سطح التماس تكون مائلة في عكس منحى الحركة وبالتالي يكون شغلها سالباً.

تحديد شغل القوة \bar{R} :

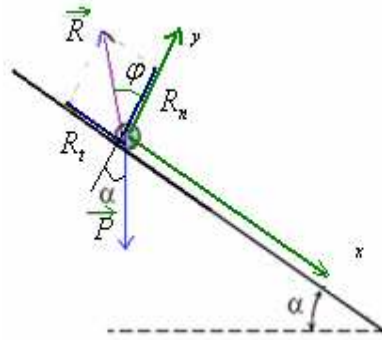
بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الكرة بين النقطتين M_1 و M_2 التي تخضع للقوتين : \bar{P} و \bar{R} :

$$\Delta E_{M_1 \rightarrow M_2} = W\bar{P} + W\bar{R}$$

$$W\bar{R} = Ec_2 - Ec_1 - W\bar{P} = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot (0,6^2 - 0,4^2) - m \cdot g \cdot M_1 M_2 \cdot \sin \alpha = 0,08 - 0,8 \times 10 \times 2,5 \times 10^{-2} \cdot 0,5 = -0,02 J$$

إذن الحركة تتم باحتكاك.

$$(6) \text{ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة، لدينا: } \Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$



$$R_x = R_T \quad \text{القوة } \vec{R} \text{ لها مركبتين :}$$

$$R_y = R_n$$

$$\Leftrightarrow + P \sin \alpha - f = m \cdot a \quad \text{إسقاط العلاقة (1) على المحور } ox$$

$$f = m \cdot g \cdot \sin \alpha - m \cdot a = 0,8 \times 10 \times 0,5 - 0,8 \times 4 = 0,8 N$$

$$(7) \text{ إسقاط العلاقة (1) على المحور } oy : -P \cos \alpha + R_n = 0 \quad \text{الجسم في حالة سكون بالنسبة للمحور } oy$$

$$R_n = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0,8 \times 10 \times 0,866 \approx 6,93 N$$

$$R = \sqrt{R_n^2 + R_T^2} = \sqrt{6,92^2 + 0,8^2} = 6,966 \approx 7 N \quad \Leftrightarrow \begin{cases} R_n = 6,92 N \\ R_T = f = 0,8 N \end{cases} \quad (8)$$

$$k = \operatorname{tg} \varphi = \frac{R_T}{R_n} = \frac{0,8}{6,92} = 0,1156 \quad \text{معامل الاحتكاك}$$

SBIRO ABDELKRIM E-MAIL sbiabdou@yahoo.fr msn : sbiabdou@hotmail.fr

Adresse électronique : sbiabdou@yahoo.fr

Msen messenger : sbiabdou@hotmail.fr